

MODELAGEM MATEMÁTICA: ANÁLISE DO DESPERDÍCIO DE ÁGUA RESIDENCIAL

Anderson Ervino Schwertner¹
andersonschwertner@hotmail.com

Clenir Fernanda Alba²
fehpetkowicz@gmail.com

Rodolfo Eduardo Vertuan³
rodolfovertuan@yahoo.com.br

Resumo:

O presente artigo foi desenvolvido por graduandos do segundo semestre do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, câmpus Toledo, a partir de discussões realizadas nos encontros do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID. Apresentamos uma atividade de Modelagem Matemática que associa o conteúdo de funções tratado na disciplina de Matemática, de hidrodinâmica estudada em Física, além de um dos assuntos mais abordados pela mídia, a água e a preservação ambiental. Neste estudo, evidenciamos a possibilidade de, em sala de aula e por meio de uma atividade de Modelagem Matemática, considerar o agir e o interpretar situações de cunho sociocultural e ambiental, por meio da elaboração, construção e análise de um modelo matemático. Especificamente, a atividade de Modelagem que apresentamos aborda o vazamento em encanamento residencial ligado diretamente à rede de distribuição de água do município de Nova Santa Rosa-PR.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Preservação Ambiental; Funções.

1. Introdução

Ao considerarmos nas aulas de Matemática situações-problema de própria realidade dos estudantes ou de realidades pelas quais eles se interessam, possibilitamos que os mesmos desenvolvam conhecimentos matemáticos e de outras áreas ao mesmo tempo em que

¹ Aluno do curso de Licenciatura em Matemática da UTFPR – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, câmpus Toledo.

² Aluna do curso de Licenciatura em Matemática da UTFPR, câmpus Toledo. Bolsista do PIBID – Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência.

³ Professor Doutor do Curso de Licenciatura em Matemática da UTFPR, câmpus Toledo. Coordenador de área do PIBID – Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência.

contribuímos no que tange à formação de indivíduos com olhar crítico para as situações cotidianas. Nesse sentido é que consideramos a Modelagem Matemática como uma metodologia para as aulas de Matemática nos diferentes níveis de escolaridade.

Para Jacobini e Wodewotzki,

ao explorar as aplicações matemáticas no dia-a-dia, a construção de modelos e o relacionamento entre a matemática utilizada na modelagem e o conteúdo programático, o professor oferece ao aluno a oportunidade de conviver com conteúdos vivos, práticos, úteis e com bastante significado. [...] Dentre essas oportunidades enfatizamos as de ações sociais e políticas possibilitadas pelo trabalho investigativo inerente à aplicação da modelagem, com a expectativa de que desponham, em todos os atores participantes, novos olhares, quer sobre a matemática e os fatos investigados quer sobre a realidade social que se encontra ao seu redor. (JACOBINI; WODEWOTZKI, 2006, p. 73).

Sendo assim, na medida em que o aluno vai realizando as atividades de Modelagem, a sua compreensão acerca da resolução dos problemas em estudo e sua reflexão sobre as soluções encontradas vai se consolidando.

Nesse artigo, apresentamos o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática referente ao desperdício de água residencial advindo de um vazamento. A abordagem do tema pode se constituir uma possibilidade de trabalho em sala de aula, embora possivelmente a resolução realizada pelos alunos fosse diferente, já que o processo de condução das atividades de Modelagem é de responsabilidade dos alunos. É nossa intenção aplicar essa atividade de Modelagem no âmbito das atividades do PIBID, de modo a permitir, inclusive, a reflexão e a conscientização do indivíduo sobre a conservação dos recursos hídricos do planeta.

2. ÁGUA: UM BEM INSUBSTITUÍVEL

A água é um bem natural inestimável e indispensável para a sobrevivência de toda a fauna e a flora do planeta, bem como é o único recurso natural presente em todos os aspectos da civilização humana, desde o desenvolvimento da agricultura e da indústria, aos valores atrelados à cultura popular e à religiosidade.

Estima-se que dois terços da superfície terrestre, ou seja, cerca de 360 milhões de quilômetros quadrados, sejam cobertos de água, totalizando 1.386 milhões de quilômetros

cúbicos, dos quais 97,5% trata-se de água salgada, presente nos mares e oceanos, 2,493% de água doce, porém cujo acesso para consumo é dificultado, como a água de geleiras, icebergs e aquíferos, e apenas 0,007% compõem-se de água doce de fácil acesso, ou seja, a água de lagos, rios e àquela presente na atmosfera (CRUZ, 2008; COMPANHIA DE ÁGUA E ESGOTOS DA PARAÍBA, [200-?]).

A intensa utilização da água, que muitas vezes supera a capacidade de reposição da mesma pelo seu ciclo natural, e a interferência direta de muitas ações humanas a esse ciclo, pode implicar no comprometimento da disponibilidade de água doce potável para a população mundial (CRUZ, 2008). Segundo estatísticas da ONU (Organização das Nações Unidas), se os atuais padrões de consumo mantiverem-se como estão, até o ano de 2025, duas em cada três pessoas sofrerão falta moderada ou grave de água, o que implicará diretamente no aumento do número de mortes, de doenças relacionadas à ingestão deficiente de água (desidratação, cálculo renal,...) e à ingestão de água contaminada (malária, viroses,...), bem como levará a queda da produção de alimentos e de bens duráveis, e perdas inestimáveis para os ecossistemas afetados, dentre outros (PROJETO RIOS VOADORES, [200-?]).

Segundo Cruz (2008, p. 91), o consumo mundial de água se encontra assim dividido: 69% na agricultura, 21% na indústria e 10% no uso doméstico. Percebe-se claramente que o volume de água utilizado em nossas residências é pequeno se comparado aos outros setores, porém ainda assim é uma porcentagem muito significativa, ainda mais se tomarmos em conta que o volume gasto poderia ser ainda menor, caso estivéssemos mais atentos ao desperdício de água em diversas situações cotidianas, como mostram os seguintes dados:

De acordo com as publicações eletrônicas “A água nossa de cada dia” (COMPANHIA DE SANEAMENTO DO PARANÁ, 2010) e “Consumo Responsável” (COMPANHIA DE SANEAMENTO DO PARANÁ, [200-?]).

- Uma torneira pingando pode desperdiçar 60 litros de água por dia.
- Por uma torneira aberta, onde escorre um filete de água de 1mm, são desperdiçados em torno de 2.000 litros por dia, já se o filete possuir 2mm, serão gastos cerca de 4.500 litros e, caso o filete possuir 6mm, a quantia média de água desperdiçada será de 16.500 litros diários.
- A cada 5 minutos de banho são gastos em média 70 litros de água.

- Deixar a torneira aberta enquanto lava-se a louça gasta cerca de 110 litros de água, se a mesma estiver fechada, gastam-se apenas 10 litros. Ao fazer a barba com a torneira aberta, se gasta cerca de 65 litros de água, porém se a mesma estiver fechada, o consumo é inferior a 1 litro.
- Vasos sanitários com válvula de descarga na parede gastam 26 litros de água por acionamento, porém vasos com reservatório acoplado gastam apenas 6 litros.
- Segundo a OMS (Organização Mundial da Saúde), recomenda-se no mínimo a disponibilidade 20 litros de água per capita para consumo. Porém há grandes discrepâncias quanto a sua disponibilidade e consumo, visto que um nigeriano tem a disposição menos de 10 litros de água diários, enquanto que um norte-americano gasta mais de 500 litros por dia. Já a média mundial de consumo de água, tratada e encanada, segundo informa o PROCON (Fundação de Proteção e Defesa do Consumidor), é de 5.400 litros mensais per capita.

Conforme a SANEPAR - Companhia de Saneamento do Paraná, o maior vilão do desperdício domiciliar de água são os vazamentos em encanamentos, torneiras pingando e vasos sanitários desregulados. Com base nesta afirmação, propomos um estudo acerca da quantidade média de água desperdiçada por um vazamento, fazendo uso da Modelagem Matemática. Nesse primeiro momento, no entanto, a atividade não foi realizada em sala de aula, embora seja essa a nossa intenção. A utilização da atividade em uma turma regular e a análise dos possíveis encaminhamentos dados pelos alunos à atividade constituirá a próxima etapa desse trabalho.

3. UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

A atividade de modelagem que apresentamos agrega conteúdos próprios da disciplina de Matemática (funções, proporcionalidade e conversões de unidades de medida) bem como da disciplina de Física (hidrodinâmica e vazão), tendo como tema a quantidade de água desperdiçada por um vazamento em um encanamento domiciliar.

Para a coleta de dados, simulamos um vazamento por um orifício de 2mm em um cano de 1/2 polegada localizado logo após o registro hidráulico de uma residência. A residência fica

no município de Nova Santa Rosa-PR e o abastecimento de água é realizado pela empresa estatal SANEPAR. Os dados obtidos, no entanto, são resultado da coleta em um momento específico e podem variar visto que a vazão de água pode sofrer alterações em função da pressão disponível na rede, o consumo residencial no momento da coleta, a abertura do registro hidráulico, entre outros.

3.1 Materiais utilizados na coleta de dados

- 1 metro de mangueira de jardim de $\frac{1}{2}$ polegada;
- 2 abraçadeiras de pressão;
- 1 cone de madeira (de diâmetro da base com medida um pouco maior que o diâmetro da mangueira);
- Lápis e papel;
- 1 Chave de fenda;
- 1 Furadeira;
- 1 Broca 2mm;
- 1 Balde;
- 1 Balança digital.
- 1 Cronômetro.

3.2 Lista de Símbolos utilizados no decorrer do texto

D_d	Desperdício diário	V	Vazão
D_m	Desperdício mensal	v	Volume
t	Tempo	v_i	Volume Inicial
t_i	Tempo Inicial	v_f	Volume Final
t_f	Tempo Final	Δv	Variação do Volume
Δt	Variação do Tempo		

3.3 Construção do experimento por meio do qual se deu a coleta de dados

Com o auxílio da furadeira fizemos um furo de 2mm de diâmetro em uma das paredes da mangueira, evitando que a broca atravessasse a mangueira por completo. O furo ficou posicionado a cerca de 50cm das extremidades da mangueira. Numa das extremidades da mangueira pressionamos o cone de madeira, de modo que este se encaixasse e impedisse a saída de água. Em seguida, apertamos firmemente com uma chave de fenda uma das abraçadeiras por sobre a intersecção da mangueira com o cone, afim de que permaneçam

unidas. Encaixamos a outra ponta da mangueira no bocal da torneira e a afixamos com a outra abraçadeira.



Figura 01 – Detalhe do encaixe. Fonte: Autores.



Figura 02 – Mangueira pronta. Fonte: Autores.

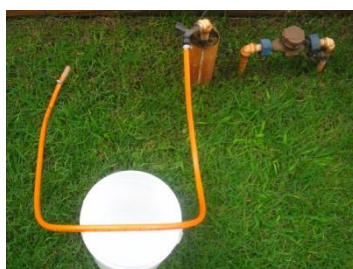


Figura 03 – Experimento montado. Fonte: Autores.

3.4 Desenvolvimento do processo de coleta de dados

Posicionamos o balde embaixo do furo da mangueira e pressionamos um dedo sobre o furo de modo a fechar o orifício. Assim que o cronômetro foi acionado, o dedo foi retirado do furo feito na mangueira. Aos 30 segundos, retiramos a mangueira de cima do balde e com o auxílio da balança, medimos a massa do balde, anotando em seguida o tempo e o valor encontrado. Repetimos a experiência com os tempos de 1, 2, 5, 7 e 10 minutos, anotando-se os valores observados. Com o balde vazio, medimos a sua massa e a anotamos (740 gramas).

Para obtermos a massa real de água obtida pelo vazamento, subtraímos do valor total a massa do balde, conforme a Tabela 01.

Tabela 01 – Massa real de água obtida pelo vazamento. Fonte: elaborada pelos autores.

TEMPO (minutos)	MASSA BRUTA (gramas)	MASSA LIQUIDA (gramas)
0.5	1530	790
1	2239	1499
2	3735	2995
5	8027	7287
7	10868	10128
10	14040	13300

Das leis pertinentes à física, temos que a vazão V é a razão entre a variação de volume Δv e a variação do tempo Δt , ou seja, $V = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Para a aplicação da fórmula, necessitamos do volume, que ainda não possuímos. Como um grama de água pura equivale a um mililitro, podemos calcular o volume considerando a conversão na proporção 1/1 (Tabela 02). Nesse caso, desprezamos quantidades de flúor, cloro e demais agregados para simplificar o modelo.

Tabela 02 – Volume de água em mililitros na proporção 1/1. Fonte: elaborada pelos autores.

TEMPO (minutos)	MASSA BRUTA (gramas)	MASSA LIQUIDA (gramas)	Volume (mililitros)
0.5	1530	790	790
1	2239	1499	1499
2	3735	2995	2995
5	8027	7287	7287
7	10868	10128	10128
10	14040	13300	13300

Ao calcularmos a vazão para cada uma das tiragens, é possível perceber que apesar de variações, há certa constância para o valor de V , (Tabela 03).

Tabela 03 – Vazão da água em mililitros em função do tempo. Fonte: elaborada pelos autores.

TEMPO (minutos)	Volume (mililitros)	Vazão (ml/min)
0.5	790	1580
1	1499	1499
2	2995	1497.5
5	7287	1457.4
7	10128	1446.857143
10	13300	1330

Essas variações decorrem principalmente de mudanças na pressão interna das tubulações, frequentemente associadas ao aumento/diminuição do consumo da população local mais próxima do local da tiragem.

A fórmula da vazão $V = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ pode ser reescrita como uma função racional de duas variáveis $g(v, t) = \frac{\Delta v}{\Delta t}$, onde $\Delta t \neq 0$, ou ainda $g(V) = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$, onde $t_f - t_i \neq 0$, sendo ambas equivalentes e constantes para todos os números reais com exceção do zero.

Considerando a primeira e a última medidas coletadas no experimento, obtemos a vazão média:

$$g(V) = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{13300 - 790}{10 - 0,5} = \frac{12510}{9,5} \cong 1316,24 \text{ ml/min ou } 1,31624 \text{ l/min.}$$

Nesses termos, em um dia temos o desperdício de:

$$D_d = 1,31624 * 60 * 24 = 1895,3856 \text{ litros.}$$

E ao final de um mês:

$$D_m = 1895,3856 * 30 = 56861,568 \text{ litros, ou seja, cerca de } 56,86 \text{ m}^3 \text{ de água.}$$

Nesse sentido, podemos construir um modelo matemático para representar a quantidade de água desperdiçada (em metros cúbicos) via o vazamento no encanamento de uma residência, por um orifício circular de 2mm de diâmetro como nas condições expressas no texto, de acordo com o número de dias de vazamento: $D(t) = 1,8953856.t$, sendo t o número de dias e $D(t)$ o vazamento de água de acordo com t . Esse modelo pode ser representado, ainda, via uma representação gráfica (Gráfico 01).

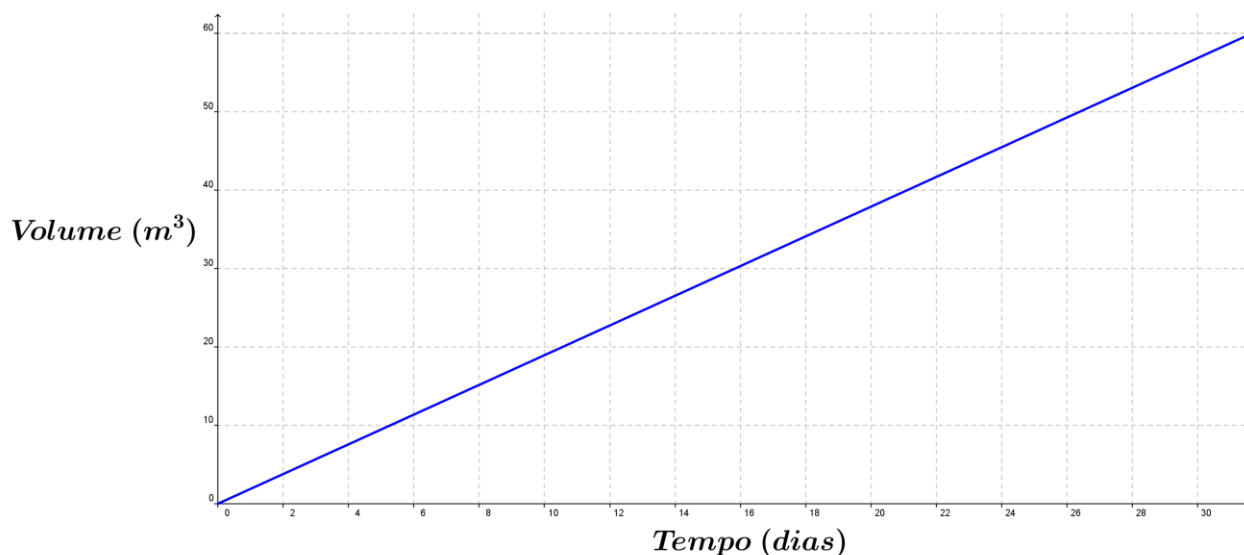


Gráfico 01 – Volume de água em metros cúbicos de acordo com o tempo em dias. Fonte: elaborado pelos autores.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A modelagem matemática contribui, dentre outros aspectos, para a formação da cidadania e da consciência política e social dos educandos. O docente, ao transmitir os conteúdos de forma prática e viva, apresentando os mesmos de forma útil e significativa para os discentes, incentiva o aluno a estudar matemática, identificá-la no seu cotidiano, quebrar preconceitos acerca da disciplina, e assim contribuir para sua formação, tanto intelectual quanto social, bem como coopera na disseminação de uma educação matemática crítica.

No que tange à atividade de Modelagem realizada e aos seus resultados, consideramos significativo o volume de água desperdiçado no vazamento, o que além de ser extremamente ruim para o meio ambiente, o é também para nós, visto que significa a perda expressiva de água potável e também o aumento direto do valor da fatura de água. Por exemplo, se uma família atendida pela SANEPAR gasta em média 12m^3 de água ao mês, sua fatura de água será de aproximadamente R\$ 28,72 (tarifa de R\$22,10 + R\$3,31 por m^3 excedente a 10m^3), porém se houver um vazamento como o observado nessa atividade de Modelagem, o valor da fatura sobe para R\$ 174,36, um aumento significativo e pouco adequado para a maioria das famílias do país.

Com base nestes dados, podemos concluir que apesar do consumo residencial corresponder a apenas 10% do total mundial, há muitas situações onde o desperdício de água é evidente e cujas medidas de prevenção são simples, tais como fechar torneiras, evitar banhos longos, evitar o uso da mangueira, estar atento a vazamentos e realizar a manutenção do sistema hidráulico da residência. Assim, estaremos preservando um recurso natural muito valioso para toda a vida do planeta, bem como evitando gastos em demasia.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

COMPANHIA DE ÁGUA E ESGOTOS DA PARAÍBA. **Onde está a água do planeta?** [S.l.], [200-?]. Disponível em: <http://www.cagepa.pb.gov.br/portal/?page_id=112>. Acesso em: 24 Mar. 2013.

COMPANHIA DE SANEAMENTO DO PARANÁ. **A água nossa de cada dia.** [S.l.], 2010. Disponível em: <http://educando.sanepar.com.br/ensino_fundamental/%C3%A1gua-nossa-de-cada-dia>. Acesso em: 06 Jan. 2013.

COMPANHIA DE SANEAMENTO DO PARANÁ. **Como verificar vazamentos.** [S.l.], [200-?]. Disponível em: <<http://site.sanepar.com.br/informacoes/como-verificar-vazamentos>>. Acesso em: 26 Jan. 2013.

COMPANHIA DE SANEAMENTO DO PARANÁ. **Consumo Responsável.** [S.l.], [200-?]. Disponível em: <<http://site.sanepar.com.br/sustentabilidade/consumo-responsavel>>. Acesso em: 06 Jan. 2013.

COMPANHIA DE SANEAMENTO DO PARANÁ. **Tabela de Tarifas de Saneamento Básico.** [S.l.], 2012. Disponível em: <http://site.sanepar.com.br/sites/site.sanepar.com.br/files/clientes2012/tabelatarifassaneamento_basico.pdf>. Acesso em: 16 Fev. 2013.

CRUZ, Murilo M. N. **Geografia: Livro 1.** São José dos Campos: Poliedro, 2008. 208 p.

GOMES, Marco A. F. **Água: Sem ela seremos o planeta Marte de amanhã.** [S.l.]: EMBRAPA, 2011. Disponível em: <http://www.cnpma.embrapa.br/down_hp/464.pdf>. Acesso em: 06 Jan. 2013.

JACOBINI, Otávio R.; WODEWOTZKI, Maria L. L. Uma Reflexão sobre a Modelagem Matemática no Contexto da Educação Matemática Crítica. **BOLEMA: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 19, n. 25, 2006, eISSN: 1980-4415. Disponível em: <<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1876/1653>>. Acesso em: 17 Fev. 2013.

NICHELE, Larissa; FAJARDO, Ricardo. **Previsão da falta de água.** In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3, 2008, Guarapuava. **Anais...** Guarapuava: UNICENTRO, 2008. Disponível em: <http://www.unicentro.br/editora/anais/iiiiepmem/relatos/RE_532-543.pdf>. Acesso em: 06 Jan. 2013.

PROJETO RIOS VOADORES. **A Importância da Água.** [S.l.], [200-?]. Disponível em: <<http://riosvoadores.com.br/educacional/agua/importancia-da-agua>>. Acesso em: 26 Jan. 2013.

SÃO PAULO (Estado). Fundação de Proteção e Defesa do Consumidor. **Qual o consumo médio mensal de água?** [S.l.], [201-?]. Disponível em: <<http://www.procon.sp.gov.br/texto.asp?id=681>>. Acesso em: 16 Fev. 2013.